Kapitel I

Grundlagen der Arbeit mit Mathematica

In diesem Kapitel wollen wir grundlegende Fragen zur Benutzung von Mathematica klären. Dazu wollen wir in Abschnitt 2 ein wenig in Mathematica 'hineinschnuppern' und erste Erfahrungen sammeln, um dann in Abschnitt 3 die Programmstruktur und den Dateityp des Notebooks (so heißen die Mathematica-Dateien) etwas detaillierter zu erkunden. Datenstrukturen sollen dann in Abschnitt 4 behandelt werden, und Abschnitt 5 beschäftigt sich mit elementaren mathematischen Aspekten, wie etwa dem Funktionsbegriff. In Abschnitt 6 werden wir uns schließlich mit den grafischen Fähigkeiten von Mathematica auseinandersetzen.

2 Erste Schritte in Mathematica

Wenn wir Mathematica zum ersten Mal starten, erscheint ein Startbildschirm wie in den Abbildungen 1, 2 oder 3, je nachdem, mit welcher Version von Mathematica wir arbeiten. Allen Versionen gemeinsam, und für den Benutzer vielleicht etwas ungewohnt ist es, dass Mathematica keine geschlossene Oberfläche aufweist, sondern sich aus vielen Teilfenstern zusammensetzt. Am oberen Bildschirmende ist die Hauptmenüleiste zu sehen, über die sich das Programm steuern lässt. Auf der linken Seite befindet sich in einem eigenen Fenster ein leeres *Notebook*, der Mathematica-Dateityp, der nach Abspeichern die Endung `.nb` erhält. Mit diesem Dateityp werden wir uns später insbesondere in Abschnitt 3.3 beschäftigen. Ganz auf der rechten Seite ist die Standard-*Eingabepalette* (*BasicInput*) zu sehen, zumindest bei Benutzern bis Version 5.2. Benutzer ab Version 6.0 müssen diese möglicherweise manuell aktivieren, über das Menü *Palettes*, Eintrag *BasicMathInput*. Diese Eingabepalette erlaubt es, durch simples Anklicken mit der linken Maustaste mathematische Objekte wie etwa leere Brüche oder Wurzeln anzulegen, die dann entsprechend zu füllen sind. Außerdem mag zusätzlich, wie in den Abbildungen 2 und 3, ein Willkommensdialog geöffnet sein, den man durch Entfernen des Häkchens bei *Display this window ...* dauerhaft unterdrücken kann.

Versuchen wir als Allerersten die Rechnung $3^2 + 1$ einzugeben, diese sollte schließlich den Wert 10 ergeben. Dazu klicken wir auf das Potenzsymbol in der Eingabepalette links oben, was zur Folge hat, dass im bis dato leeren Notebook eine *Zelle* angelegt wird, symbolisiert durch die Klammer auf der ganz rechten Seite, in der sich ein Platzhalter für Basis und Exponent befindet. Zu Beginn sollte dabei die Basis markiert sein, wie dies in der folgenden Bilderfolge ganz links zu sehen ist:

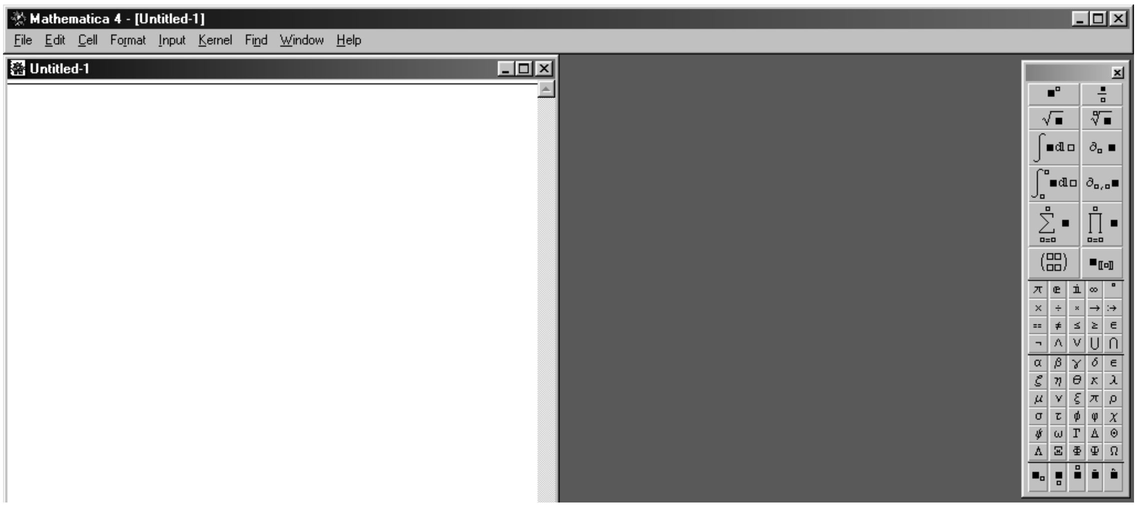


Abbildung 1: Der Startbildschirm von Mathematica, Version 4.

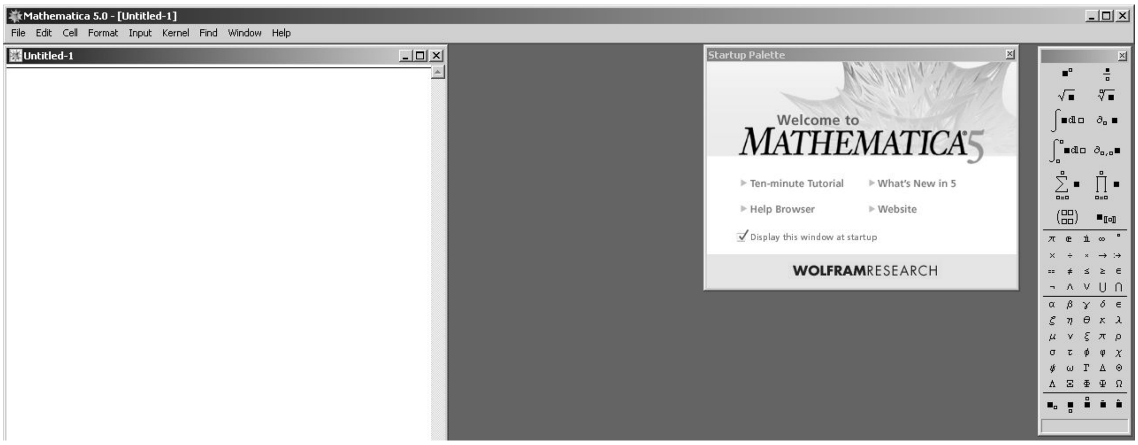


Abbildung 2: Der Startbildschirm von Mathematica, Version 5.

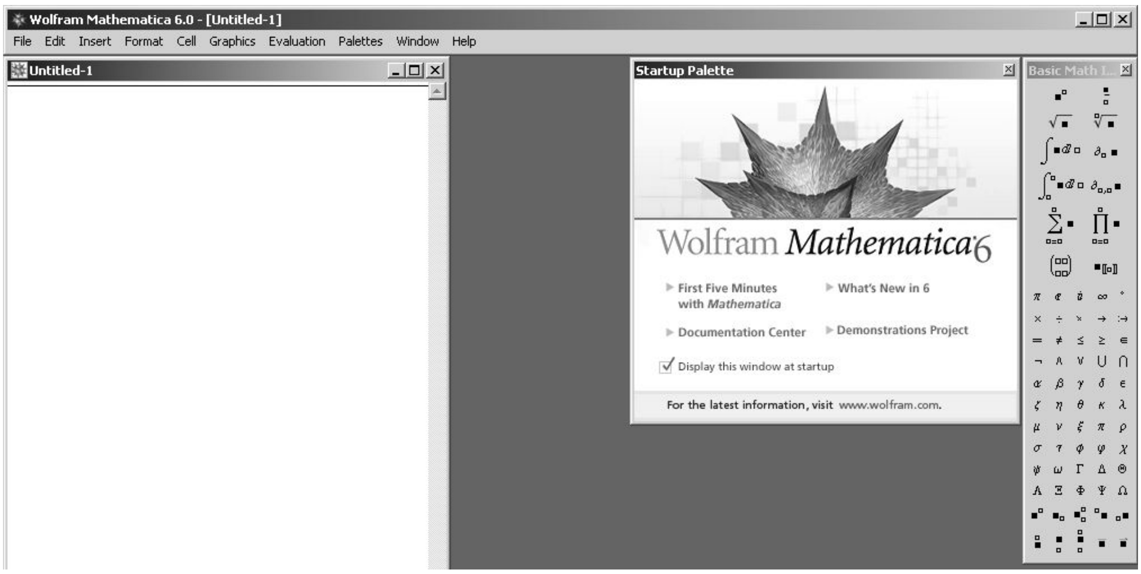


Abbildung 3: Der Startbildschirm von Mathematica, Version 6.

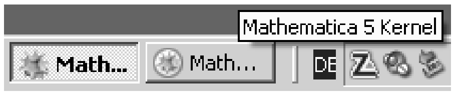


Abbildung 4: Schaltfläche für Kernel in der Schnellstartleiste.

Nun durchlaufen wir Schritt für Schritt diese Folge. Wir tippen die Zahl '3' ein und markieren anschließend das Feld für die Potenz. Dies erreichen wir, indem wir dieses Feld entweder mit der Maus anklicken, oder die Tabulatortaste betätigen. Solange sich ein Objekt mit leeren Platzhaltern in der Zelle befindet, kann man generell mit dieser Taste von Feld zu Feld springen. Wir befinden uns jetzt also bei Bild Nr. 3 der Bilderfolge. Nun tippen wir die Zahl '2' ein, und da damit die Potenz abgeschlossen ist, bewegen wir den Cursor mit der Pfeiltaste $\boxed{\rightarrow}$ nach rechts, so dass wir wieder auf Ebene der '3' sind (vorletztes Bild). Nun können wir noch '+1' eintippen, dann ist die gewünschte Rechnung fertig eingegeben.

Um diese Rechnung nun auszuführen, betätigen wir die Tastenkombination $\boxed{⇧}+\boxed{↵}$, d. h. wir halten die Umschalt-/Shifttaste $\boxed{⇧}$ gedrückt und drücken zusätzlich auf die Eingabe-/Entertaste $\boxed{↵}$. Mit dieser Tastenkombination löst man stets die Berechnung einer *Input-Zelle* aus, solange sich nur der Cursor irgendwo in dieser Zelle befindet bzw. die Zellklammer markiert ist. Nun passiert zweierlei: Da es sich um die allererste Rechnung seit Programmstart handelt, vergeht eine Gedenksekunde, in welcher der sog. *Kernel* startet. Dessen erfolgreiche Aktivierung erkennt man bis Version 5.2 in der Windows Schnellstartleiste, wo sich nun rechts neben der Schaltfläche von Mathematica eine weitere für den Kernel befindet, siehe Abbildung 4. Der Kernel ist ein von der Benutzeroberfläche getrennt laufendes Programm, welches nur und allein für die Berechnungen zuständig ist. Wie wir später in Abschnitt 3.3 besprechen werden, hat diese strikte Trennung einige praktische Vorteile.

Das zweite Ereignis, welches eintritt, findet im Notebook statt. Dort wird die von uns erstellte Zelle mit der Beschriftung In[1] versehen, da Input-Zelle, ferner wird eine neue Zelle angelegt, in welcher das Resultat '10' ausgegeben wird: die *Output-Zelle* Out[1]. Da beide Zellen zusammengehören, wird um beide herum eine weitere Zellklammer angelegt, so dass diese beiden Elementarzellen zu einer übergeordneten Zelle zusammengeschlossen sind. Es entsteht eine Zellhierarchie. Im Notebook ist nun Folgendes zu lesen:

In[1]:= $\mathbf{3^2+1}$

Out[1]= 10

Wir erkennen, dass nun im Notebook, über die ganze Fensterbreite hinweg, eine waagrechte Linie gezogen ist, unterhalb der Ausgabe. Diese Linie zeigt uns die Position des Cursors an, er ist nun unterhalb der Zelle Out[1]. Um eine weitere Rechnung einzugeben, tippen wir einfach los: An jener Stelle des Notebooks, wo sich die waagrechte Linie befand, wird eine neue Zelle angelegt. Um eine bestehende Zelle zu manipulieren, müsste man direkt in diese hineinklicken. Nach möglicher Änderung könnte man diese erneut via $\boxed{⇧}+\boxed{↵}$ auslösen.

Wir aber wollen unterhalb von Out[1] eine neue Rechnung anlegen, etwa $4 \cdot 5$, was 20 ergeben sollte. Also tippen wir **4*5** ein und lösen aus, als Resultat erscheint 20. An Stelle des expliziten Multiplikationszeichens '*' hätten wir auch einfach ein Leerzeichen eintippen können, dieses wird als Multiplikation interpretiert[2]. Seit Version 6.0 ersetzt Mathematica übrigens ein solches Leerzeichen *zwischen Zahlen* durch das Multiplikationszeichen $\times$. Probieren wir dies gleich aus:

[2] Achtung! Die Eingabe **x y** mit Leerzeichen wird als $x \cdot y$ interpretiert, wogegen **xy** als *ein* Symbol namens 'xy' verstanden wird. Ein vergessenes Leerzeichen ist eine beliebte Fehlerquelle!

Befehl	Beschreibung
`a+b` bzw. `a-b`	Summe bzw. Differenz von a und b.
`a*b` bzw. `a b`	Produkt von a und b.
`a/b` bzw. $\frac{a}{b}$	Quotient von a und b, Letzteres mit Hilfe der Eingabepalette oder per Strg+/.
`a^b` bzw. a^b	Potenz a^b, Letzteres mit Hilfe der Eingabepalette oder per Strg+^.
`a==b`	Prüft Gleichheit von a und b.
`a!=b`	Prüft Ungleichheit von a und b.
`a>b` bzw. `a>=b`	Prüft Ungleichung $a > b$ (größer) bzw. $a \geq b$ (größer gleich).
`a<b` bzw. `a<=b`	Prüft Ungleichung $a < b$ (kleiner) bzw. $a \leq b$ (kleiner gleich).

Tabelle 2: Elementare Rechen- und Vergleichsoperatoren.

```
In[2]:=  4*5
Out[2]=  20
In[3]:=  4 5
Out[3]=  20
```

Wie wir in Abschnitt 3.3, insbesondere Bemerkung 3.3.2, noch besprechen werden, nummeriert Mathematica die Ein- und Ausgaben fortlaufend durch, allerdings werden diese Nummern nicht mit abgespeichert. Da sie i. Allg. ohne weitere Bedeutung sind, eher der eigenen Orientierung dienen, werden wir sie im Folgenden aus Platzgründen meist weglassen.

Dass beide Rechnungen zum gleichen Resultat führen, hätten wir auch per

```
4 5==4*5                                True
```

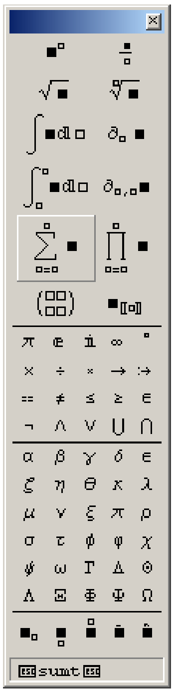
nachprüfen können, wogegen folgende Ungleichung korrekterweise als falsch erkannt wird:

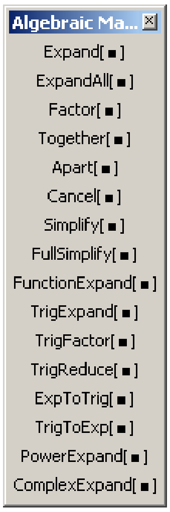
```
4 5>20                                  False
```

Man beachte, dass man durch `==` auf Gleichheit prüft, wogegen `=` allein eine Wertzuweisung darstellt. Weitere elementare Rechen- und Vergleichsoperatoren sind in Tabelle 2 zusammengefasst.

Wenden wir uns nochmal der Standard-*Eingabepalette* zu. Die der Version 5 ist in Abbildung 5 (a) zu sehen und unterscheidet sich von der in Version 4 eigentlich nur dadurch, dass in der Statusleiste am unteren Ende der Palette auch das zugehörige Tastenkürzel angezeigt wird, mit dem man das gleiche Objekt auch per Tastatur einfügen kann. Bedauerlicherweise hat man diese nützliche Erweiterung bei Version 6.0 wieder weggelassen.

Die Standard-Eingabepalette der Version 5, siehe Abbildung 5 (a), ist viergeteilt. Im obersten Teil befinden sich mathematische Ausdrücke wie Brüche, Summen, Integrale, mit deren Hilfe man Formeln grafisch eingeben kann, in der gleichen Form, wie man sie auch per Hand auf Papier notieren würde. Wir werden in späteren Abschnitten, je nach Thema, auf die eine oder andere Schaltfläche und deren Tastenkürzel zu sprechen kommen. Im zweiten Block kann man Konstanten wie die Kreiszahl π (=Pi) oder mathematische Operatoren per Klick auswählen, im dritten Block sind griechische Buchstaben aufgelistet. Diese können, genau wie solche des

(a) 

(b) 

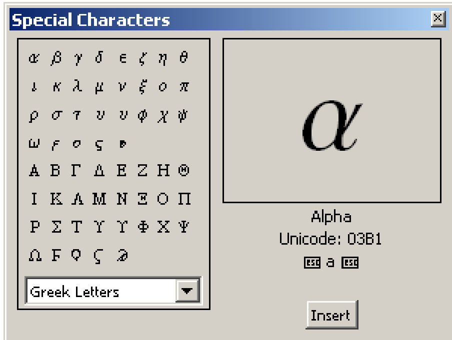
(c) 

Abbildung 5: BasicInput (Ver. 5), AlgebraicManipulation und SpecialCharacters (Ver. 6.0).

lateinischen Alphabets, zur Eingabe von Formeln verwendet werden. So macht Mathematica keinen Unterschied zwischen

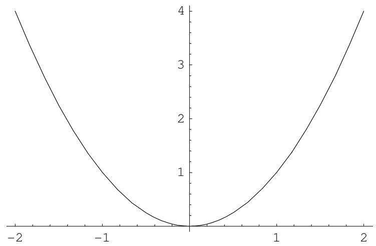
Expand[(a+b)^2]	$a^2+2\,a\,b+b^2$
Expand[(α+β)^2]	$\alpha^2+2\,\alpha\,\beta+\beta^2$

In beiden Fällen wird die erste binomische Formel korrekt angewendet. Griechische Buchstaben lassen sich auch leicht über die Tastatur eingeben, via $\boxed{\text{Esc}}$+*Buchstabe*+$\boxed{\text{Esc}}$ (hintereinander eingeben, nicht gedrückt halten). So ergibt z. B. $\boxed{\text{Esc}}$+a+$\boxed{\text{Esc}}$ ein kleines Alpha: α. Die Schaltflächen des untersten Bereichs der Eingabepalette dienen schließlich der Eingabe von Indizes u. Ä. Der Leser sei an dieser Stelle dazu aufgefordert, ein wenig mit der Palette herumzuspielen.

Ferner gibt es neben der Standardpalette *BasicInput*, je nach Version, eine Reihe weiterer Paletten, die man über *File* → *Palettes* (bis Version 5.2) bzw. *Palettes* (seit Version 6.0) aufrufen kann, etwa *AlgebraicManipulation* für die Termumformungen aus Abschnitt 5.1.1 oder *SpecialCharacters* für Sonderzeichen, siehe die Abbildungen 5 (b) und (c). Auch hier sei der Leser zu Experimentierfreude angeregt.

Im zuletzt betrachteten Beispiel hatten wir eine Fähigkeit von Mathematica kennengelernt, die es vom gewöhnlichen Taschenrechner unterscheidet, nämlich die zum *symbolischen Rechnen* ('Buchstabenrechnen'). Das im Beispiel verwendete Kommando Expand dient dem Ausmultiplizieren von Formeln. Wir werden diese Thematik später in Abschnitt 5.1 vertiefen. An dieser Stelle soll ein anderer Punkt angeschnitten werden, nämlich das *Setzen von Klammern*. Im Wesentlichen gibt es drei Arten von Klammern: runde (·), eckige [·] und geschweifte {·}. Während man diese Klammern auf dem Papier völlig gleichberechtigt zur Strukturierung von Formeln einsetzen kann, darf man bei Mathematica hierfür *nur runde Klammern* verwenden! Die eckigen Klammern sind, wie oben bei Expand, den Mathematica-internen Kommandos vorbehalten, die geschweiften Klammern werden für Listen verwendet, siehe Abschnitt 4.2. Um trotzdem Übersichtlichkeit zu erlauben, passt Mathematica die Größe eingesetzter Klammern den Ausdrücken an, die sie umklammern. Ferner hilft eine Farbkodierung dabei, festzustellen, ob alle geöffneten Klammern auch wirklich geschlossen wurden, und umgekehrt: Eine einzelne Klammer, egal welcher Form, wird immer solange in einer Art Rosa/Violett dargestellt, bis ihr gleichartiges Gegenstück eingegeben wurde. Diese Erfahrung machen wir auch, wenn wir folgendes Kommando eintippen:

Plot[x^2, {x,-2,2}]



- Graphics -

Hierbei wird der Graph der Normalparabel x^2 im Bereich $x \in [-2;2]$ gezeichnet. Wie wir später in Abschnitt 6 sehen werden, verfügt Mathematica über ein umfangreiches Repertoire von grafischen Methoden.

Eine Bemerkung noch zu den Farben: Benutzer von Version 6.0 werden bereits bemerkt haben, dass sich bei ihnen die Farbgebung nicht nur auf offene Klammern bezieht, sondern wesentlich weiter reicht: Die neuartige *Syntaxhervorhebung* unterscheidet lokale von globalen Variablen, hebt Funktionen hervor, u. Ä. Die dabei verwendeten Farben kann der Benutzer seinen eigenen Vorstellungen anpassen, siehe auch Abschnitt 3.6.

Wir haben bereits kennengelernt, dass man Berechnungen durch ⇧+↵ auslöst, durch alleiniges Drücken der Eingabetaste ↵ wird dagegen einfach ein *Zeilenumbruch* in die Zelle eingefügt[3]. Ein Zeilenumbruch wird kontextabhängig unterschiedlich interpretiert. Wenn für Mathematica klar ist, dass der bis zum Zeilenende eingegebene Ausdruck noch unvollständig ist, wird es den Zeilenumbruch ignorieren, d. h. man kann den Zeilenumbruch in solchen Fällen zum Strukturieren der Eingabe verwenden. Dies ist bei langen Befehlsketten auch durchaus zu empfehlen. Ist der Ausdruck am Zeilenende (gewollt oder ungewollt) dagegen abgeschlossen, so führt Mathematica den Ausdruck der Zeile aus, erzeugt auch eine entsprechende Ausgabe, und widmet sich dann der nächsten Zeile. Der Leser gebe etwa mit Zeilenumbrüchen ein:

```
In[9]:=    2+2
           2+3
           2+4

Out[9]=    4

Out[10]=   5

Out[11]=   6
```

Hier wird für jede Zeile eine eigene Ausgabe erzeugt. Häufig ist man jedoch nicht daran interessiert, dass wirklich zu jeder Zeile eine Ausgabe erzeugt wird, etwa dann, wenn es sich nur um Nebenrechnungen handelt. Dann kann man die Eingaben durch ein *Semikolon* '`;`' trennen: Für ein Kommando, das mit einem Semikolon beendet wird, wird die Ausgabe unterdrückt.

```
In[12]:=   x=2+3;
           2 x

Out[12]=   10
```

[3]Bei MAPLE ist es übrigens genau umgekehrt!

Im Falle des obigen Grafikkommandos entscheidet sich die Auswirkung eines Semikolons an der vorliegenden Version von Mathematica: Bis einschließlich Version 5.2 bewirkt ein solches, dass die Grafik schon erzeugt wird, nur die Ausgabe `-Graphics-` wird nicht angezeigt. Ab Version 6.0 wird `-Graphics-` ohnehin nicht mehr ausgegeben, ein Semikolon unterdrückt dann tatsächlich das Erzeugen der Grafik. Der Leser probiere dies durch Ausführung von **Plot[**x^2**, {x,-2,2}];**.

Zum Schluss, oder besser auch schon während der Arbeit, kann das Notebook abgespeichert werden. Dies erreicht man, wie von anderer Software her gewöhnt, über das Menü *File* → *Save*. Der eingegebene Dateiname wird automatisch mit der Endung `.nb` versehen.